الرياضيات بين باديو ودولوز ؛ أو في التقابل بين المسألي والأكسيومي

Daniel W. Smith

مرجعية دولوز كانت الحساب التفاضلي ومتنوع ريمان اما مرجعية باديو فكانت الجبر ونظرية المجموعات. وهذا ما جعل أنطولوجيا الكثرات أو الكثير مختلفة بينهما. لم يناقش باديو في صخب الوجود مفهوم الكثرات ولم يتطرق إلى المصادر الرياضية لفكر دولوز بل ذهب إلى أن فهم دولوز للكثرة هو مفهوم مجلوب لا من نموذج رياضي بل من نموذج حيوي عضوي. لقد ادّعى باديو أن دولوز هو فيلسوف الواحد. بالنسبة لـ باديو تشكل معادلة الأنطولوجيا = الرياضيات شرطًا للفلسفة (الميتاأنطولوجيا). هذه المعادلة على مبنى دولوز تمثل محدودية فلسفة باديو لأن المماهاة عنده هي بين الأنطولوجيا والفلسفة.

الرياضيات عند دولوز

التوتر بين الأكسيومي والمسألي يمثل البنية العميقة للرياضيات عند دولوز. الأكسيومي لا يمثل الاتجاه السائد في العلم بل هو مرتبط بواحدة من أهم آليات الرأسمالية التي أحلّت رأس المال مكان جسد الطاغية والأرض. الرأسمالية التي تكبت الإنتاح الرُغابي لصالح دورة رأس المال تقوم كذلك بكبت القطب المسألي للرياضيات الذي يمثل بالنسبة لـ دولوز التصوّر البدْوي للعلم مقابل التصور الملكي للأكسيومي. الأكسيومي هو ذروة العقل التصوري وأعلى مراحل آلياته التفكرية.

الكثرة الدولوزية لا تماهي المجموعات ولا الزمر (المجاميع هي مجموعات مخصوصة) ذلك أن الرياضيات موسومة بالتوتر بين الكثرات الممتدة (القطب الأكسيومي) والكثرات التفاضلية (القطب المسألي). هذا التوتر عند دولوز هو اختلاف داخلي في الرياضيات. بمعنى آخر التعارض أو الاختلاف هو دال صوري على ظاهرة غير ملتفتة بعد إلى أساسها.

وكما نافح دولوز ضد اختزال الكثرات التفاضلية إلى كثرات امتدادية نافح ضد اختزال المسألي إلى الأكسيومي. هنا تلعب فكرة الحدث دورًا أساسيًا في تصوّره لطبيعة المسألي. فالرياضيات مليئة بالأحداث ذات الطابع المسألي. تتشكل الكثرات من الأحداث. بَيْدَ أن المقاربة الأكسيومية تهدف إلى إقصاء الحدث بغية ادخال الصرامة على الرياضيات وخدمة لإرساء أسسها. المسألي والأكسيومي يمثلان بالنسبة لـ دولوز (ATP 362-367) ضربين مختلفين من الصورنة يمليان تصورين مختلفين بدورهما لطبيعة العلميّ. بالنسبة لـ باديو يكون الحدث محرومًا من أي هيئة أنطولوجية. لقد سعى، وهذه مفارقة، إلى صياغة نظرية الحدث على مستوى أكسيومي يلغي الحدث نفسه بالتصوّر الدولوزي. الحدث هو من طبيعة لابتية ولامتميزة من وجهة نظر الأنطولوجيا. إنه غير محضر في الوضعية لكنه يوجد على حافة الفراغ كعلامة على الفائض اللانهائي للكثرة غير المتسقة في مقابل المجموعات المتسقة للوضعية.

أنه من خلال «قرار» ذاتي يمكن إثبات الحدث غير المتميز ويمكن إدخاله في الوضعية. الحدث المحروم من أي حالة أنطولوجية يرتبط بالتصوّر الصارم للذاتية القادرة على تسمية الحدث والاضطلاع بالإخلاص له من خلال إعلان مسلّمة «أحبك» أو «كل البشر متساوين». فلسفة الحدث الباديوي هي فلسفة الذات الناشطة.

بالنسبة لـ دولوز المسألي والأكسيومي يمثلان حقلًا أنطولوجيا واحدًا متداخلًا بينما يتبنى باديو وجهة نظر العلم الأغلبي شاجبًا العلم الثانوي الأقلوي. هو أصلًا ينفي القطب المسألي نهائيًا ويحرمه من الوجود لأن الافتراضي بالنسبة إليه غير موجود. في مقابل هذا يعلن دولوز بوضوح أن الحساب والهندسة والجبر هم الثالوث المضيئ للرياضيات في مقابل القطب النرجسي الأوديبي البارانوي للرياضيات الأكسيومية. (AO 371-372).

المسأليات والأكسيوميات

ميَّز بروكلس (DR 163) بين المبرهنيات والمسائل في تعليقه على كتاب العناصر عند أقليدس. المبرهنيات تهتم بالبرهان، من المسلّمات والمصادرات، على الخصائص الملازمة للشكل بينما المسائل تهتم ببناء الأشكال بالمسطرة والفرجار. الاستدلال يختلف بين النظرية والمسألة ذلك أن

المبرهنات تشتق من المسلّمات بينما في المسائل يتحرك البرهان من المسألة إلى العوارض الأمثلية والأحداث التي تشترط المسألة. إن الحدث هو مسألي وممسأل (منطق المعنى 54). مثلًا أقسام المخروط: الشكل البيضاوي، القطع الزائد، القطع للمكافئ، الخطوط المستقيمة ... كلها حالات لإسقاط الدائرة على مسطحات قاطعة على صلة مع ذروة المخروط.

في المبرهنيات تعرف الأشكال بطريقة ساكنة بواسطة ماهياتها ولوازمها المشتقة بينما في المسأليات يعرف الشكل ديناميا بقدرته على التأثر بالأحداث المثالية التي تمسه : قطع، إسقاط، طوي، تقويس، تمديد، دوران ..

الدائرة في المبرهنات هي ماهية ثابتة بينما في المسأليات تشكل تغيرات الدائرة أشكالًا مسألية غامضة ولكن صارمة. المسأليات تجد تعبيرها عند الإغريق في الهندسة الأرخميدية التي عرفت الخط بوصفه سيرورة متواصلة من الانتظام والدائرة بوصفها سيرورة متصلة من الدوران. عند أرخميدس لا يعرف الخط كما عند أقليدس بوصفه مجموعة من النقاط أو بوصفه أقصر مسافة بين نقطتين بل بوصفه حالة خاصة من المنحنى curve. إن الأشكال في العلم الأدنى أو الثانوي minor غير منفصلة عن تغيراتها الملازمة وعن الأحداث أما في المبرهنيات فيتم اجتثاث المتغيرات من حالة تغيرها المتصل لاستخلاص نقاط وصلات ثابتة (ATP 408). باديو ينسب الأنطولوجيا إلى المبرهنيات: الكثير المحض، الشكل النوعي من الوجود لا يرحب بالحدث كمكوّن له. في القرن الـ 17 انزاح التوتر من داخل الهندسة نفسها (بين المسألية والمبرهنية) ليصبح توترًا بين الهندسة من جهة والحساب والجبر من جهة أخرى.

ديسارغوس قدَّم الهندسة الإسقاطية جاعلًا الهندسة الأقلوية القاصرة تتمحور حول الأحداث ـ المسائل لكنه سرعان مانسي واستبدل مشروعه بالهندسة التحليلية لفرمات وديكارت الذي هاله خلو مشروع ديسارغوس من الجبر. لقد اقتضى العلم الأغلبي الراشد الملكي حوسبة الهندسة نفسها (Boyer 393). بعد قرنين سيكتشف مونغ الهندسة الوصفية وسيصوغ بونوسيليه مبدأ الاتصال continuity والإثنان سيؤسسان للهندسة الوصفية التي ستقود إلى تطوير الطوبولوجيا التي تعنى بخواص الأشكال الهندسية التي تبقى ثابتة تحت التحولات كالتقويس والتمديد. بهذا النحو تكون الأشكال المتميزة كالمربع والدائرة كلها شكلًا متحانسًا لأنها تستطيع أن تتحوّل إلى بعضها. هذا يقتضي توسعة الحدوس الهندسية وراء حدود الإدراك الأمبيري. أن حدود المحسوس أو التصوّر المكاني يجري تجاوزها نحو مخيلة عابرة للفضاء وعابرة للحدس (ATP 554). يقول دولوز(ماهية الفلسفة 128) إن الحاسوب اليوم هو أهم بكثير من الأكسيومي لأن رؤية ما يحدث هو أهم من البرهنة في الرياضيات المحضة والذي يمكن تسميته أي للذي يحدث بالبصري والشكلي والمستقل عن تطبيقاته. لكن ما حدث أنه في بداية القرن التاسع عشر كانت هنام مجددًا محاولة لإخضاع الهندسة الوصفية إلى التحليل analysis (النقاش بين بونسيليه وكوشي). تطوير نظريات الدوال functions ألغى مبدأ الاتصال واستبدل ملوسة التغير بالفكرة الحسابية عن الاقتران mapping والتناسب واحد لواحد correspondence one to one. حركة العلم نحو المبرهنية والحوسبية ستبلغ أوجَّها في نهاية القرن 19 كنوع من الإستجابة للمسائل التي ولدها التي ولَّدها اكتشاف حساب التفاضل والتكامل calculas والذي كان في مولده مشدودًا للمسألية على نحو مزدوج. الأول يحيل إلى المسائل الأنطولوجية التي يواجهها حساب التفاضل والتكامل. الحساب التفاضلي يعنون مسألة المماسات tangents أي كيف نحدد المماس لمنحنى معطى. بينما يعنون الحساب التكاملي مسألة تعيين المساحة تحت المنحنى. عبقرية نيوتن وليبنتز كانت في الجمع بين هاتين المسألتين وربطهما ببعضهما.

لقد كان الـ calculas مشحونًا بكل ما يشير إلى التغير المتصل وكل ما يفترض تصورًا هندسيًا عن المتصلية: أي فكرة السيرورة وهذه كانت أفكارًا بالنسبة لمعظم الرياضيين ميتافيزيقية لا يمكن تعريفها. لقد بدا أن فكرة المتصلية يعوزها الأساس الرياضي (فكرة لامتناهيات الصغر أيضًا). في نهاية القرن الـ 19 اكتملت محاولة تأسيس الـ calculas من خلال الـ limit-concept: الصرامة هنا كانت تعني فصل الـ calculas عن أصوله المسألية وإعادة مفهمته بواسطة الحدود الحسابية. حوسبة التحليل أنجزت بواسطة فرستراس في ضوء عمل كوشي. لقد كان الـ Analysis معنيًا بالمقادير المتصلة بينما الأرثماتيك كان معنيًا بالأعداد أو ميدان المنفصل.

برنامج الفصلنة عند فرستراس كان فصل الـ calculas عن هندسة المتصل وتأسيسه على مفهوم العدد فحسب. لقد تمَّ تحويل الأفكار الهندسية إلى مجموعات من النقاط المتصلة التي مفهمت بواسطة العدد. النقاط على الخط تساوي الأعداد وعلى المسطح تساوي الأزواج المرتبة. لقد أعطي تأويل سكوني للمتغير. قبل ذلك كان يتم اللجوء إلى الحدس الهندسي للقول أن المتغير x يقارب حدًّا ما. ابتكار فرستراس كان إعادة تأويل المتغير x بطريقة حسابية بوصفه

تسمية لأي واحد من مجموعة القيم العددية (نظرية الدوال) وبالتالي إقصاء أي دينامية أو تغير متصل من فكرة المتصلية وأي تأويل لعملية التفاضل كسيرورة. هنا لم يعد هناك أي تأرجح أو تردد اتجاه حد ما ولا فكرة عن العتبة من وجهة نظر التأويل الترتيبي ordinal (الفرق والتكرار 172).

يعني المفهوم ـ الحد عند فرستراس إن الاقتراب من الحدّ أصبح محوسبًا وتمَّ استبداله بالأعداد المنفصلة (طريقة الأبسيلون والدلتا). ديدكند أخذ الحوسبة خطوة أبعد عبر تعريف المتصلية بالأعداد الحقيقية بواسطة القطع cut الذي يشكل فكرة سبب الاتصال أو العنصر المحض للكمية. كانتور أعطى تأويلًا منفصلًا لفكرة اللانهاية متعاملًا مع المجموعات اللانهائية كما لو أنها مجموعات متناهية (مسلّمة مجموعة القوى) ومتعاملًا مع كل المجموعات بوصفها موضوعات رياضية (مسلّمة اللانهاية). فيرستراس، ديدكند، وكانتور هم الأقطاب الثلاثة لمشروع الفصلنة وتطوير المتصلية الحسابية أي إعادة تأويل المتصل كدالة مجموعات على أعداد منفصلة.

معهم تمَّ إيضاح وصقل مفاهيم الدالة، الاتصال، الحدّ، التطابق، اللانهاية واعطاؤها أسسًا بواسطة نظرية المجموعات. افتراضات فرستراس (حول عدم دقة التصورات الهندسية وحول كون الحسابيّ وحده هو الصارم) ستصبح هي الخطوط العامة للعلم الأغلبي ولرؤيته لتاريخ الرياضيات بوصفه تطور إلى مواقف مؤسسة جيدًا.

هذا البرنامج خضع لتطورين :

1. بارادوكسات نظرية المجموعات (أزمة أسس العلم) سيسعى هيلبرت إلى تجاوزها من خلال الأكسمة عبر محاولة اشتقاق نظرية المجموعات من مسلّمات متناهية ستقنن لاحقًا بواسطة زرملو وفرانكل.

2. غودل وكوهن سيبينان الحدود الداخلية للأكسمة (اللاتمامية واللابتية) مبرهنين على وجود فائض لانهائي من الصور الرياضية يفوق قدرتنا على صورنته بطريقة متسقة.

باديو إذن في معادلة الأنطولوجيا = الرياضيات يتبنى وجهة نظر التيار السائد في العلم ببرنامجيه: الفصلنة والأكسمة. هذا يسمّى بالإختزالية الأنطولوجية حيث يتم إعطاء الموضوعات الرياضية بدائل مأخوذة من نظرية المجموعات. هذا الاختزال مارسه باديو في قراءته لـ دولوز حيث اعتبر أن مفاهيم دولوز (الطيّة، الفترة، التنسيب، التسنين، الكسوري، والكاوس) لها ما يوازيها من ترسيمات في نظرية المجموعات.

من جهته يعترف دولوز بكون الرياضيات المعاصرة تتأسس على نظرية المجموعات (الفرق والتكرار 180) وليس على الحساب التفاضلي لكنه يعتبر أن الفرق النوعي بين المسألي والأكسيومي يبقى حتى في الرياضيات المعاصرة. ذلك أن التأويل المتناهي للـ calculas يفترض مسلّمة اللانهاية في نظرية المجموعات حتى لو أن هذه المسلّمة لا تجد أي ايضاح لأن ما يبقى ناقصًا أو مفقودًا هو ما يعبّر عنه بواسطة التفاضلي في هيئة المسألة (ص 178).

ثمة إشكاليات تبقى قائمة رغم كل عمليات الفَصْلَنَة. مثلًا مفهوم لامتناهيات الصغر سيجد محاولة لإعادة صياغته مع ابراهام روبنسون عام 1966 الذي سيطور الحساب غير القياسي non standard calculas محاولًا أكسمة لامتناهيات الصغر عبر إضافة رمز جديد إلى الأعداد الترتيبية i والذي هو أصغر من أي رقم متناهي 1/ n وليس صفرًا. هذا الحساب غير قياسي لأنه يحتوي إضافة إلى الأعداد الأخرى اللامتناهيات في الصغر والتي تشكل كتلة حول كل رقم حقيقي. هذه الكتلة يسميها روبنسون بالموناد. إذًا الأعداد المتطاولة ولامتناهيات الصغر هما نوعان من الأعداد اللامتناهية بدرجات متفاوتة من اللانهاية.

وعليه هناك نسختان من الـ calculas

1. نسخة كانتور وفرستراس اللذان أقصيا لامتناهيات الصغر
2. نسخة روبنسون الذي شَرْعَنَ لامتناهيات الصغر وأعاد تأسيسها.

هذا يعني أن مسألية لامتناهيات الصغر قد تقود إلى أكسمات متعددة وهذا يعني أن اختزال المسألي إلى الأكسيومي هو مقاربة إشكالية وفيها مشاكل عدة.

اذًا بالنسبة لـ دولوز :

أولًا: تنتج الرياضيات تصورات إشكالية. دور الأكسمة هو تقنين المسألي واعطاؤه أساسًا صارمًا. جماعة بورباكي صاغت الأمر كالتالي: الطريقة الأكسيومية ليست سوى سيستام تايلور أي الإدارة العلمية للرياضيات. لقد ترافق صعود الأكسيومية في نهاية القرن 19 مع صعود التايلورية في الرأسمالية وبالتالي قامت الأكسيومية في الرياضيات بما قامت به التايلورية بالنسبة للعمل.

ثانيًا: المفاهيم الإشكالية (المسألية) تجد مصدرها في العلوم المتجولة كالتعدين والمسح وقطع الأحجار والمنظور. يمكن هنا الإشارة إلى عمل أرخميدس على المنشآت العسكرية، عمل ديسارغوس على المنظور. هكذا ميادين لا تعطي العلم قوة ذاتية لأنها تخضع عملياتها للحدس والإنشاء متابعة تدفق المادة. العلم الأغلبي يقوم بعزل العمليات عن شروط الحدس محولًا إياها إلى مفاهيم جوهرانية أو

مقولات. أن العلوم المتنقلة تبتكر المسائل التي تعتمد حلولها على العلم الملكي الذي يحول المسألة عن طريق جهازه النظري البرهاني. الأمر هنا أشبه بثنائية الحدس والعقل عند برغسون حيث يطرح الأول المسائل ويقوم الثاني بتقديم حلول لها.

ثالثًا: إن الصلة الأساسية عند دولوز بين العلمين هي الترجمة كـ : الترجمة الجبرية للهندسة (ديكارت)، والترجمة السكونية للديناميي (فرستراس)، والترجمة المنفصلة للمتصل (ديدكند).

في كل هذه الترجمات ثمة اختزالات للمسألي إلى الأكسيومي، للمشتد إلى الممتد، للمتصل إلى المنفصل، للامعدود إلى المعدود، وللأملس إلى المحزز.

رابعًا: يمكن صياغة الصلة بين الأكسيومي والمسألي على هذ النحو: المسألي هو طريقة اكتشاف والأكسيومي هو طريقة برهنة. الأكسيومي يوقف الدفوقات المنزوعة التقنين في الفيزياء والرياضيات. لقد استفاد دولوز من مجموعة من الأبستيمولوجيين الذين رفضوا اختزال المسألي كفويلمين، لوتمان، كانغليهام، وبوليغاند. لكن بعيدًا عن دورها في الرياضيات ستلعب المسألية دورًا أساسيًا في نظرية دولوز عن الأفكار ونظريته عن الكثرات.

نظرية دولوز عن الكثرات

كثرات دولوز وعلى عكس إدّعاء باديو تأتي من الرياضيات وتحديدًا من قطبها الإشكالي (المسألي). بحسب باديو صياغة دولوزللكثرات هي صياغة ما قبل كانتورية. كانتور يمثل لحظة التتويج في مسار الفَصْلَنَة (تصور المجموعة ك ماصدقية محضة). تراث دولوز الرياضي يتمثل بـ آبل وغالوا وريمان وبوانكاريه في مقابل ممثلي الفصلنة: كانتور وفرستراس وديدكند، وممثلي الصَوْرَنَة والأكسمة: هيلبرت وزرملو وفرانكل وغودل وكوهن.

إن مرجعيات دولوز غير راهنة فمرجعياته في الحساب التفاضلي هي ما قبل فرستراسية (مايمون، بورداس ـ ديمولان، فرونسكي، لاغرانج، وكارنو). قراءات هؤلاء البربرية للحساب التفاضلي تمثل كنزًا بالنسبة لـ دولوز.

لقد اختار أفلاطون الهندسة نموذجًا لتصوّره عن الأفكار غير المتغيرة في حين اختار دولوز الحساب التفاضلي لأنه يمثل نموذجًا عن تصوره للتغير المحض (كان برغسون قد لجأ اليه لإيضاح تصوره عن الدفعة الحيوية).

يميز دولوز بين الصلات التفاضلية الصلات الأكسيومية بَيْدَ أن الحساب التفاضلي والتكاملي ليس هو النموذج الرياضي الوحيد الذي استند إليه دولوز وليس هو المصدر الوحيد للمسألّي لديه. لقد وجد دولوز في الرياضيات طريقة لبناء المسألة من حيث هي أي مقطوعة الصلة مع شروط الحدس وشروط الحل. 3 ميادين رياضية صَوْرَنَت نظرية المسألة واستفاد منها دولوز في صياغة تصوره للكثرات بوصفها مسألية.

أولًا: نظرية الزمر

هذه النظرية أتت كإجابة على معادلات جبرية. هناك نوعان من الحلول للمسألة الجبرية: عامة وخاصة. الحلول الخاصة تعطى بواسطة قيم عددية بينما الحلول العامة تعطي الطريقة الشاملة أو الكلّية للحل. في القرن الـ 16 قدَّم تاتغاليا وكاردان حلولًا عامة لمعادلات الدرجة الرابعة وبقيت معادلات الدرجة الخامسة دون حل عام حتى مجيئ لاغرانج وآبل وغالوا في القرن الـ 19 .

عام 1824 برهن آبل على عدم قابلية إيجاد حل عام. لقد برهن على أن المحلولية يجب أن تتحدد داخليًا بالشروط الداخلية للمسألة نفسها التي تخصص باطراد حقول المحلولية

معتمدًا على آبل طور غالوا هذا الأمر مستخدمًا تقنية نظرية المجاميع. لقد برهن غالوا على أن المعادلات التي لها حلول يجب أن يكون لها مجاميع من نمط مخصوص الأمر الذي لا يتوفر للمعادلات الخماسية. إن مجموع المعادلة يلتقط شروط المسألة : على أساس استبدالات ضمن المجموع يمكن إظهار أن الحلول غير قابلة للتمييز في ضوء صلاح المعادلة.

يرجع دولوز إلى نظرية التحكيم adjunction عند غالوا: البدْء من حقل أساسي R حيث تحكيمات متتالية لهذا الحقل R1 R2 R3 .. تسمح بتمييز جذور المعادلة عبر التحديد المتعاقب للاستبدالات الممكنة.

إن مجموع المعادلة لا يخبرنا ماذا نعرف بشأن جذور المعادلة بل ما لا نعرفه. ما لا نعرفه هو البعد الموضوعي للمسألة. ما وجده دولوز عند آبل وغالوا (متابعًا ما كتبه فويملين في فلسفة الجبر) هو قلب راديكالي لصلة المسألة ـ الحل وثورة أعظم من الثورة الكوبرنيقية. إن عدم قابلية الحل في المسأليات تلعب دورًا شبيهًا باللابتية في الأكسيومات.

ثانيًا: الحساب التفاضلي

استفادة دولوز من الحساب التفاضلي تأتي بتوسط تأويل لوتمان في كتابه مقالة في أفكار البنية والوجود في الرياضيات. لوتمان تحدث عن الفرق النوعي لا الفرق في الدرجة بين المسألة والحل. رصد لوتمان الترابط بين نظرية المعادلات

التفاضلية ونظرية الفرادات حيث منحت الأخيرة المفتاح لفهم طبيعة المعادلات غير الخطية والتي لا يمكن أن تحل لأن سلاسلها تتباعد.

الفرادات أو النقاط الفريدة تميز عن النقاط العادية للمنحنى حيث تسم الأولى المواضع التي يغير فيها المنحنى اتجاهه (انحراف، نتوء) وبالتالي يمكن أن تستخدم للتمييز بين أنماط المنحنيات. مستخدمًا معادلة غير خطية. عرّف بوانكاريه 4 أنماط من الفرادات: البؤرة، الصهوة، العقدة، والمركز ؛ فرادات تتناسب مع المعادلة. كذلك برهن بوانكاريه على السلوك الطوبولوجي للحلول في جوار هذه النقاط (المنحنيات التكاملية).

في ضوء عمل بوانكاريه حدَّد لوتمان الفارق النوعي بين المسائل والحلول. شروط المسألة المجعولة بواسطة المعادلة تتحددبوجودوتوزيع الفرادات في حقل طوبولوجي متفاضل (حقل الموجهات vectors) حيث كل فرادة غير مفصولة عن نطاق اللاتعين الموضوعي (النقاط العادية المحيطة).

الحلول ستظهر فقط مع المنحنيات التكاملية التي تشكل جواريات هذه الفرادات والتي تسم بداية التمفرق (الترهين) للحقل المسألي. على هذا النحو تكون الهيئة الأنطولوجية للمسألة مفصولة عن الأجوبة أو الحلول.

المسألة هي كثرة من الفرادات: حقل معشش nested من الموجهات المتجهة التي تعرف المسارات الافتراضية للمنحنيات في الجواب والتي لا ترهن جميعها.

المعادلات غير الخطّية يمكن استخدامها لنمذجة الأنساق الفيزيائية الإشكالية كالمناخ.

ثالثًا: الهندسة التفاضلية

المصدر الثالث لـ دولوز هو الهندسة التفاضلية عند غاوس وريمان. أدرك غاوس إمكانية دراسة المنحنيات بطريقة محلية دون الاستناد إلى فضاء شامل global space كما هو الحال مع الإحداثيات الديكارتية .ريمان استخدم الهندسة التفاضلية لـ غاوس ليستهل إعادة النظر في مقاربة دراسة الفضاء عبر تحليل مسألة السطوح المنحنية ذات الأبعاد غير المحددة n dimensional. لقد طوَّر هندسة لا إقليدية (أكسيومات إقليدس لم تكون واضحة ذاتيًا) لفضاء متعدد الأبعاد وغير متري وغير محدوس والذي سماه كثرة محضة أو المتنوع manifold. لقد عرَّف المسافة بين نقطتين تختلف إحداثياتهما بكمية لامتناهية الصغر وعرّف انحناء الكثرة بواسطة تراكم الجواريات والتي تحدد فقط ترابطاتها.

السمتان الأساسيتان لمتنوع ريمان هما :

1) القيمة المتغيرة للأبعاد.

2) غياب أي بعد استكمالي يمكن أن يفرض على المتنوع وحدة أو تنسيق من الخارج.

إن كثرة ريمان هي لانهائية الأبعاد ومتصلة ومعرفة. المقصود بالأبعاد هي المتغيرات أو الاحداثيات التي تعتمد عليها الظاهرة والمقصود بالاتصال مجموعة الصلات التفاضلية بين تحولات هذه المتغيرات والمقصود بالتعريف إن هذه العناصر تتعين تبادليًا بواسطة الصلات.

باديو اعتبر أن المتنوع الريماني يحيّد الفرق (في حين إنه معرّف تفاضليًا) وإنه «شكل اولي من الواحد» بينما متنوع ريمان لا يملك أي وحدة وإنه يجد أنطولوجيته التحتية في نظرية المجموعات بينما ابتكاره مشدود إلى المسأليات واستخدام لامتناهيات الصغر.

باديو يمثل وجهة نظر العلم الأغلبي لترجمة المتنوع إلى الحدود المنفصلة لمجموعة ما صدقية وقد لاحظ ابراهام روبنسون أن النتائج الملحوظة في الهندسة التفاضلية بشأن لامتناهيات الصغر ليست في متناول طرق فيرستراس بشكل واضح.

في ضوء هذا يصوغ دولوز نظرية عن المسأليات أو الكثرات التفاضلية يمكن تلخصيها كالتالي:

1) ثمة عناصر غير متعينة لا بخاصية ولا بمسلّمة. إنها افتراضيات محضة لا تملك هوية ولا صورة حسّية ولا دلالة مفهومية

2) إنها تتعين تبادليًا كفرادات في صلة تفاضلية في ارتباط أمثلي يؤمن تعريف الكثرة كمسألية. الصلة التفاضلية تكون مكونة على نحو داخلي لحدودها.

3) قيم الصلات تعرف التعيين التام للمسألة أي وجود وعدد وتوزيع النقاط المحددة التي تؤمن شرط المسألة.

هذه الشروط الثلاثة تمثل معًا مبدأ السبب الكافي

إعداد وترجمة: فريق مركز الانماء القومي

من مقالة لـ : Daniel W. Smith

بعنوان : Axiomatics and Problematics as two modes of formalisation: Deuleuze's epistemology of mathematics

من كتاب: In Virtual Mathematics: The logic of difference, Ed. by Simon Duffy